

Une action mécanique appliquée par un solide sur un autre peut être une force, un moment ou les deux à la fois. Pour comprendre ou prévoir le comportement d'un mécanisme, il est nécessaire de modéliser ces A.M. par des outils mathématiques.

1. NOTION DE FORCE :

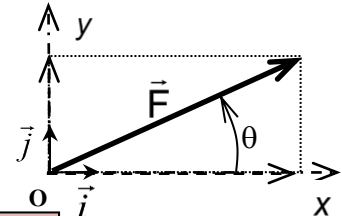
Une force, en mécanique, désigne l'effort qui tend à faire se translater un solide. Elle est modélisée par l'outil mathématique **vecteur**. Elle se définit par :

- Son point d'application.
- Sa direction (droite support de la force)
- Son sens (d'un côté ou de l'autre de la droite support)
- Sa norme (intensité) exprimée en Newton (N).

Composantes d'un vecteur \vec{F} :

$$\vec{F} = \begin{cases} X_F = \|\vec{F}\| \cdot \cos \theta \\ Y_F = \|\vec{F}\| \cdot \sin \theta \end{cases}$$

en ligne : $\vec{F} = X_F \cdot \vec{i} + Y_F \cdot \vec{j}$



Norme d'un vecteur \vec{F} :

$$\|\vec{F}\| = \sqrt{X_F^2 + Y_F^2}$$

Expression de l'angle θ :

$$\tan \theta = \frac{Y_F}{X_F}$$

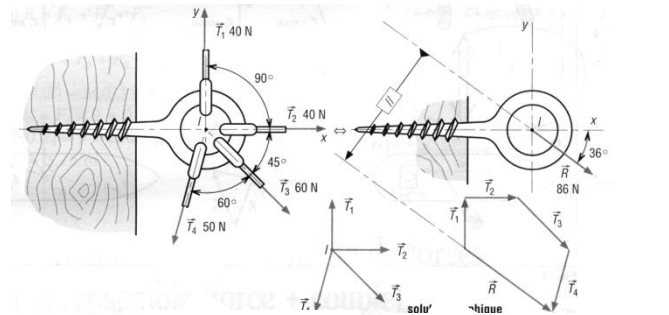
Somme de vecteurs :

$$\vec{R} = \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 + \vec{T}_4$$

$$\begin{cases} X_R = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \\ Y_R = Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 \end{cases}$$

Application :

Résolution Graphique (voir figure)
Résolution Analytique :



2. NOTION DE MOMENT DE FORCE ET DE COUPLE :

Un moment ou un couple, en mécanique, désigne l'effort en rotation autour un axe. Le moment et le couple sont modélisés par l'outil mathématique **vecteur**. Ils se définissent par :

- Le point d'application : **point où l'on calcule le moment (A)**.
- La direction : **droite perpendiculaire au plan formé par \vec{F} et A.**
- Le sens : **sens trigonométrique positif par convention.**
- La norme (intensité) : exprimée en **Newton x mètre (N.m)**.

Ecriture :

$M_A(\vec{F})$ Moment au point A engendré par la force \vec{F}

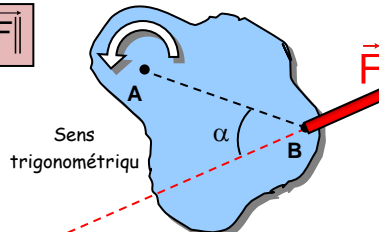
Remarque :

Couple : $\vec{C} = 2 \times M_A(\vec{F})$ (Somme des forces = 0)

Calcul :

$M_A(\vec{F}) = +AB \times \sin \alpha \times \|\vec{F}\|$

Remarque : Positif car tendance à la rotation dans le sens trigonométrique

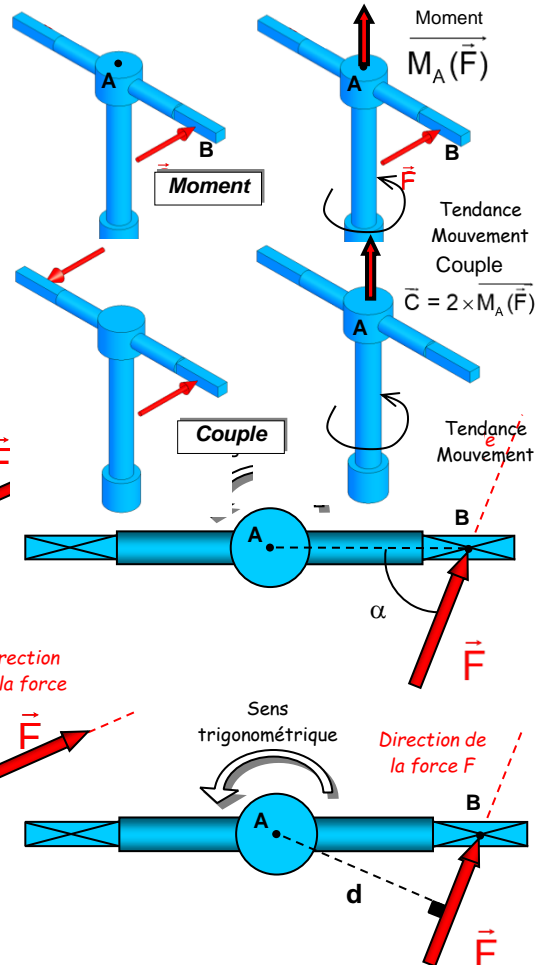
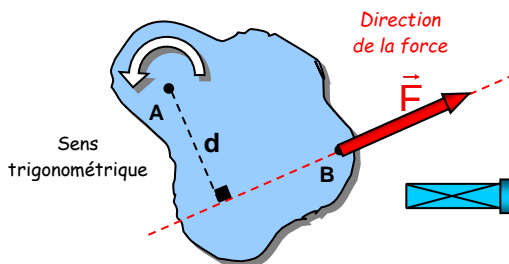


Si la distance du point d'application du moment à la direction de la force est connue, notée d et appelée « bras de levier » :

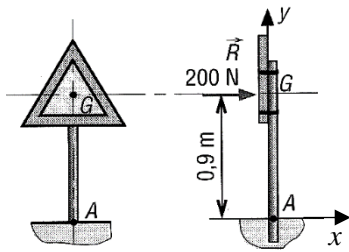
Calcul :

$M_A(\vec{F}) = + d \times \|\vec{F}\|$

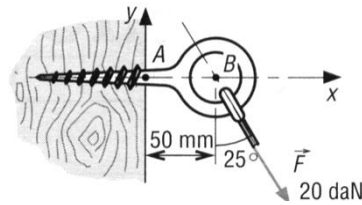
Remarque : d est perpendiculaire à la direction de la force.



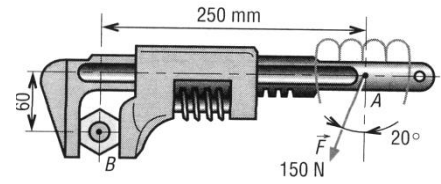
Application 1 : Calculer $M_A(\vec{R})$



Application 2 : Calculer $M_A(\vec{F})$



Application 3 : Calculer $M_B(\vec{F})$

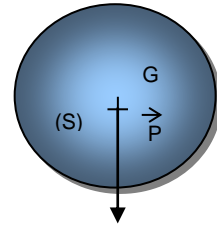


3. DIFFÉRENTS TYPES D' ACTIONS MÉCANIQUES :

31 - Action mécanique à distance : le vecteur poids.

Point d'application : le centre de gravité G du système matériel ;
 Direction : la verticale passant par G ;
 Sens : vers le bas ;

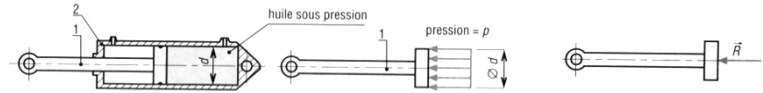
Norme (ou Intensité) : $\|\vec{P}\| = m \cdot g$ avec $\|\vec{P}\|$: poids du système en Newton (N)
 m : masse du système matériel en kg
 g : accélération de la pesanteur en $m \cdot s^{-2}$



32 - Action transmise par un fluide sous pression :

Point d'application : le centre de la surface ;
 Direction : la normale à la surface ;
 Sens : du fluide vers la surface ;

Norme (ou Intensité) : $\|\vec{F}_p\| = p \cdot S$ avec $\|\vec{F}_p\|$: résultante des forces de pression en Newton (N)
 P : pression de fluide en Pascal (Pa).
 S : surface d'appui du fluide en m^2

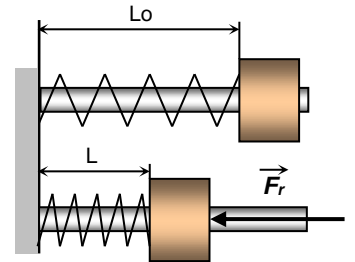


1 Pascal (Pa) = 1 N / m^2
 1 Méga-pascal (MPa) = 1 N / mm^2
 1 MPa = 10^6 Pa = 10 Bars

33 - Action transmise par un ressort :

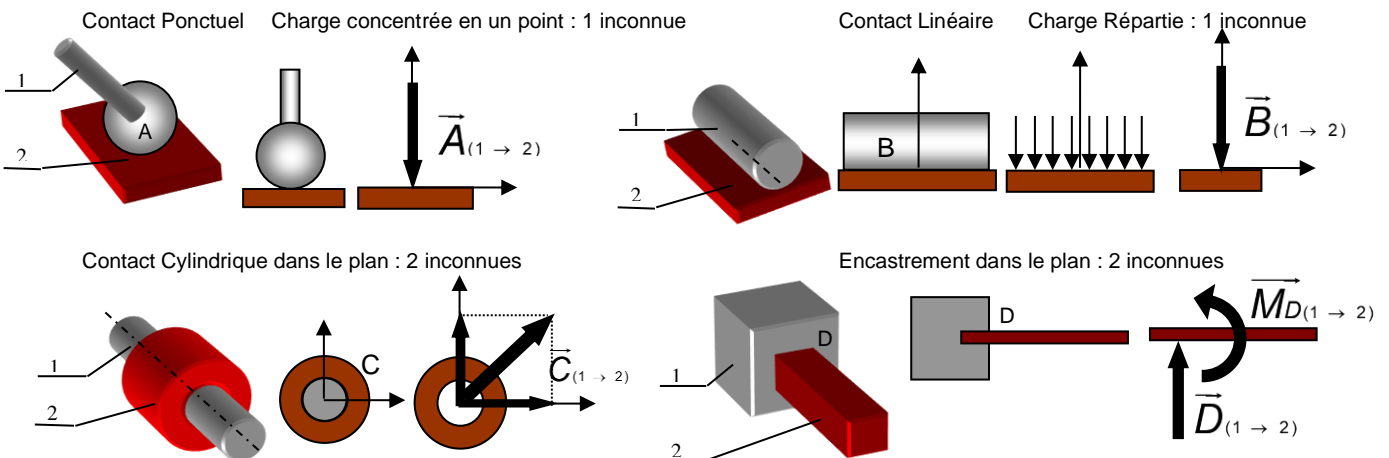
Point d'application : le centre de la surface d'appui ;
 Direction : suivant l'axe du ressort ;
 Sens : dépend du type de ressort ;

Norme (ou Intensité) : $\|\vec{F}_r\| = k \cdot (L_0 - L)$ avec $\|\vec{F}_r\|$: force de déformation du ressort en N
 K : raideur du ressort en N/mm
 L_0 et L : longueurs initiales et finales de du ressort



34 - Action transmise dans le plan par une liaison mécanique sans frottement :

Les actions mécaniques transmises lors du contact entre deux pièces dépendent des surfaces de contact donc du type de liaison mécanique :



4. PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE (P.F.S.) :

Si un système matériel (S) initialement en équilibre dans un repère R, reste en équilibre dans ce repère :

❶ La résultante des actions mécaniques extérieures s'exerçant sur (S) est nulle ;

$$\vec{R}(\vec{s} \rightarrow S) = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0} \text{ ce qui donne 2 équations :}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$$

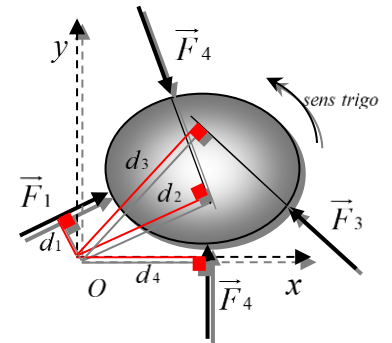
$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 0$$

❷ Le moment algébrique résultant exprimé en un point O quelconque de toutes les actions mécaniques extérieures à (S) est nul ;

$$M_o(\vec{s} \rightarrow S) = 0 \Rightarrow M_o(\vec{F}_1) + M_o(\vec{F}_2) + M_o(\vec{F}_3) + M_o(\vec{F}_4) = 0$$

ce qui donne 1 équation :

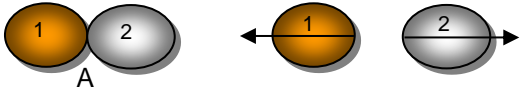
$$-d_1 \cdot \|\vec{F}_1\| - d_2 \cdot \|\vec{F}_2\| + d_3 \cdot \|\vec{F}_3\| + d_4 \cdot \|\vec{F}_4\| = 0$$



L'application du PFS dans le plan permet de déterminer 3 inconnues.

5. PRINCIPE DES ACTIONS MUTUELLES :

Pour 2 solides 1 et 2 en contact, l'action exercée par le solide 1 sur le solide 2 est égale et opposée à l'action exercée par le solide 2 sur le solide 1.



$$\vec{A}_{(2 \rightarrow 1)} = -\vec{A}_{(1 \rightarrow 2)}$$

6. ISOLEMENT D'UN SYSTÈME MATÉRIEL :

- Première étape : isoler le système matériel (ou le solide), c'est à dire établir une frontière fictive autour du sous-ensemble à étudier ;
- Deuxième étape : faire l'inventaire des actions mécaniques s'exerçant de l'extérieur vers le système isolé (appelé bilan des actions mécaniques) ;
- Troisième étape : analyser les caractéristiques de ces efforts, moments....et les modéliser par des vecteurs.

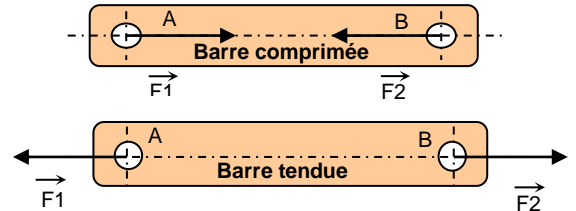
7. RÉSOLUTION : CAS PARTICULIERS.

71 - Système soumis à l'action de deux forces :

Un système soumis à l'action de deux forces reste en équilibre si les deux forces sont égales et opposées.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

- **Direction** : la droite (A, B) qui passe par les points d'application ;
- **Sens** : opposés
- **Normes** : égales $\|\vec{F}_1\| = \|\vec{F}_2\|$



72 - Système soumis à l'action de trois forces concourantes :

Si le système matériel isolé est soumis à trois forces concourantes, la résolution peut-être graphique.

- Bilan des forces (ou des actions mécaniques) : il est effectué sous forme de tableau (voir ci-dessous).

Cas d'une résolution graphique :

	Point d'application	Direction	Sens	Norme
\vec{F}_1	A	connue	connu	connue
\vec{F}_2	B	connue	?	?
\vec{F}_3	C	?	?	?

- Principe Fondamental de la Statique :

Un système soumis à l'action de trois forces reste en équilibre :

- si les trois forces sont concourantes au même point ;

⇒ recherche de la direction de \vec{F}_3 inconnue figures b) et c).

- si la somme vectorielle de ces trois forces est nulle ;

⇒ déterminer le sens et la norme de \vec{F}_2 et \vec{F}_3 (« dynamique fermé ») figures d) et e).

