

Une action mécanique appliquée par un solide sur un autre peut être une force, un moment ou les deux à la fois. Pour comprendre ou prévoir le comportement d'un mécanisme, il est nécessaire de modéliser ces A.M. par des outils mathématiques.

**1. NOTION DE FORCE :**

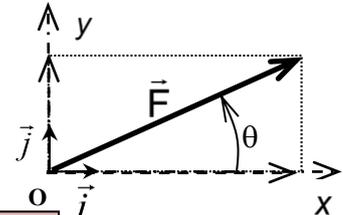
Une force, en mécanique, désigne l'effort qui tend à faire se translater un solide. Elle est modélisée par l'outil mathématique **vecteur**. Elle se définit par :

- Son point d'application.
- Sa direction (droite support de la force)
- Son sens (d'un côté ou de l'autre de la droite support)
- Sa norme (intensité) exprimée en Newton (N).

Composantes d'un vecteur  $\vec{F}$  :

$$\vec{F} = \begin{cases} X_F = \|\vec{F}\| \cdot \cos \theta \\ Y_F = \|\vec{F}\| \cdot \sin \theta \end{cases}$$

en ligne :  $\vec{F} = X_F \vec{i} + Y_F \vec{j}$



Norme d'un vecteur  $\vec{F}$  :

$$\|\vec{F}\| = \sqrt{X_F^2 + Y_F^2}$$

Expression de l'angle  $\theta$  :

$$\tan \theta = \frac{Y_F}{X_F}$$

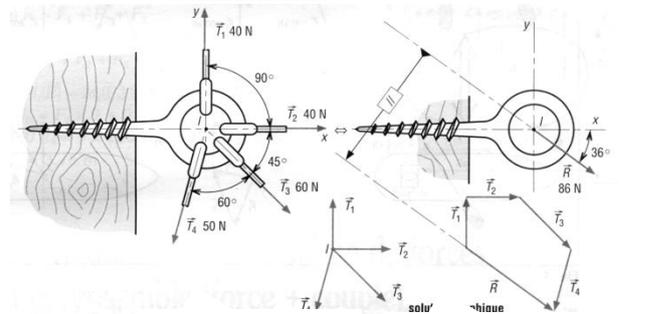
Somme de vecteurs :

$$\vec{R} = \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 + \vec{T}_4$$

$$\begin{cases} X_R = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \\ Y_R = Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 \end{cases}$$

Application :

Résolution Graphique (voir figure)  
Résolution Analytique :



**2. NOTION DE MOMENT DE FORCE ET DE COUPLE :**

Un moment ou un couple, en mécanique, désigne l'effort en rotation autour un axe. Le moment et le couple sont modélisés par l'outil mathématique **vecteur**. Ils se définissent par :

- Le point d'application : **point où l'on calcule le moment (A)**.
- La direction : **droite perpendiculaire au plan formé par  $\vec{F}$  et A.**
- Le sens : **sens trigonométrique positif par convention.**
- La norme (intensité) : exprimée en **Newton x mètre (N.m)**.

Ecriture :  $M_A(\vec{F})$  Moment au point A engendré par la force  $\vec{F}$

Remarque : Couple :  $\vec{C} = 2 \times M_A(\vec{F})$  (Somme des forces = 0)

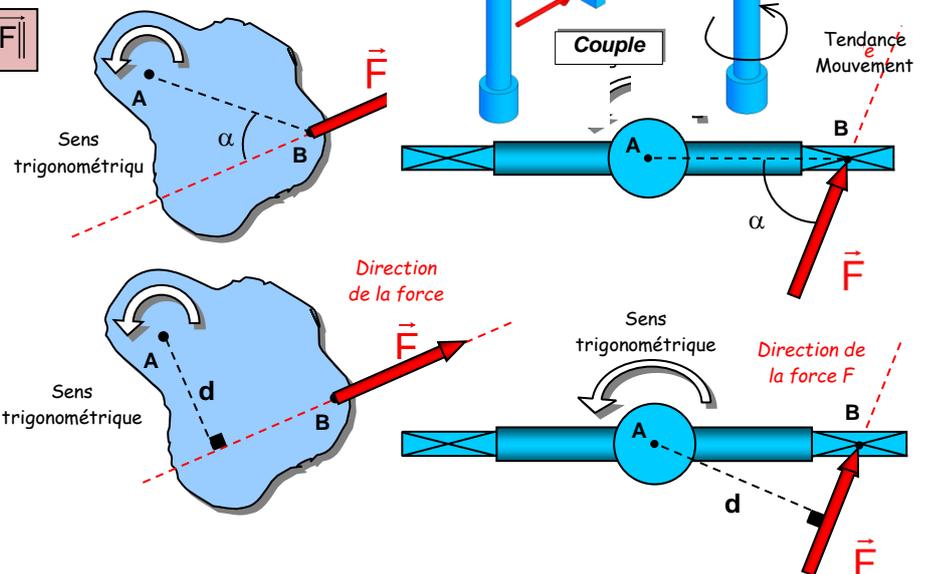
Calcul :  $M_A(\vec{F}) = +AB \times \sin \alpha \times \|\vec{F}\|$

Remarque : Positif car tendance à la rotation dans le sens trigonométrique

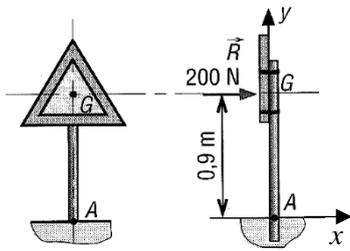
Si la distance du point d'application du moment à la direction de la force est connue, notée d et appelée « bras de levier » :

Calcul :  $M_A(\vec{F}) = + d \times \|\vec{F}\|$

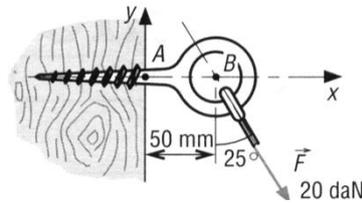
Remarque : d est perpendiculaire à la direction de la force.



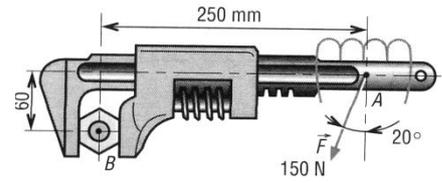
Application 1 : Calculer  $M_A(\vec{R})$



Application 2 : Calculer  $M_A(\vec{F})$



Application 3 : Calculer  $M_B(\vec{F})$

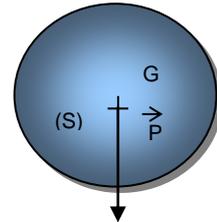


### 3. DIFFÉRENTS TYPES D' ACTIONS MÉCANIQUES :

#### 31 - Action mécanique à distance : le vecteur poids.

Point d'application : le centre de gravité G du système matériel ;  
 Direction : la verticale passant par G ;  
 Sens : vers le bas ;

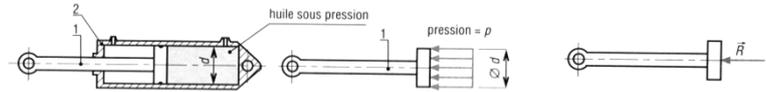
Norme (ou Intensité) :  $\|\vec{P}\| = m \cdot g$  avec  $\|\vec{P}\|$  : poids du système en Newton (N)  
 m : masse du système matériel en kg  
 g : accélération de la pesanteur en  $m \cdot s^{-2}$



#### 32 - Action transmise par un fluide sous pression :

Point d'application : le centre de la surface ;  
 Direction : la normale à la surface ;  
 Sens : du fluide vers la surface ;

Norme (ou Intensité) :  $\|\vec{F}_p\| = p \cdot S$  avec  $\|\vec{F}_p\|$  : résultante des forces de pression en Newton (N)  
 P : pression de fluide en Pascal (Pa).  
 S : surface d'appui du fluide en  $m^2$

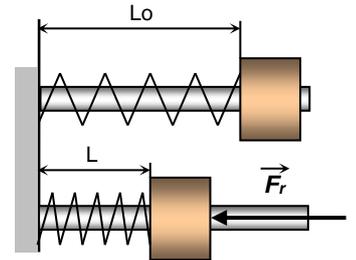


1 Pascal (Pa) = 1 N /  $m^2$   
 1 Méga-pascal (MPa) = 1 N /  $mm^2$   
 1 MPa =  $10^6$  Pa = 10 Bars

#### 33 - Action transmise par un ressort :

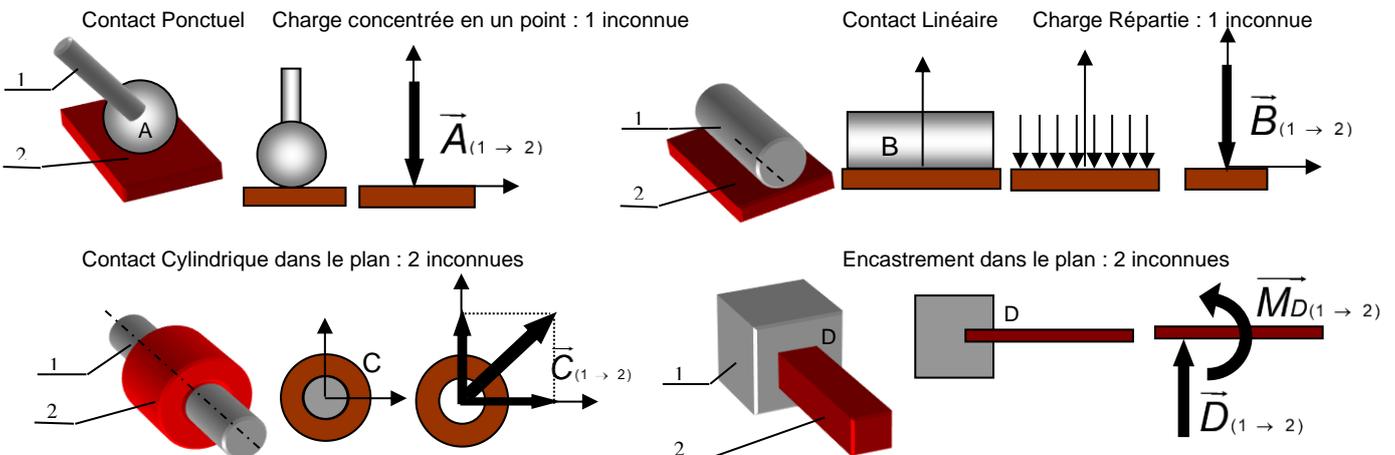
Point d'application : le centre de la surface d'appui ;  
 Direction : suivant l'axe du ressort ;  
 Sens : dépend du type de ressort ;

Norme (ou Intensité) :  $\|\vec{F}_r\| = k \cdot (L_0 - L)$  avec  $\|\vec{F}_r\|$  : force de déformation du ressort en N  
 K : raideur du ressort en N/mm  
 $L_0$  et L : longueurs initiales et finales de du ressort



#### 34 - Action transmise dans le plan par une liaison mécanique sans frottement :

Les actions mécaniques transmises lors du contact entre deux pièces dépendent des surfaces de contact donc du type de liaison mécanique :



#### 4. PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE (P.F.S.) :

Si un système matériel (S) initialement en équilibre dans un repère R, reste en équilibre dans ce repère :

❶ La résultante des actions mécaniques extérieures s'exerçant sur (S) est nulle ;

$$\vec{R}(\vec{s} \rightarrow S) = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0} \text{ ce qui donne 2 équations :}$$

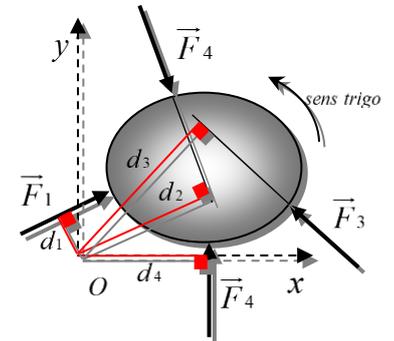
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$$

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 0$$

❷ Le moment algébrique résultant exprimé en un point O quelconque de toutes les actions mécaniques extérieures à (S) est nul ;

$$M_o(\vec{s} \rightarrow S) = 0 \Rightarrow M_o(\vec{F}_1) + M_o(\vec{F}_2) + M_o(\vec{F}_3) + M_o(\vec{F}_4) = 0$$

ce qui donne 1 équation :  $-d_1 \cdot \|\vec{F}_1\| - d_2 \cdot \|\vec{F}_2\| + d_3 \cdot \|\vec{F}_3\| + d_4 \cdot \|\vec{F}_4\| = 0$



L'application du PFS dans le plan permet de déterminer 3 inconnues.

#### 5. PRINCIPE DES ACTIONS MUTUELLES :

Pour 2 solides 1 et 2 en contact, l'action exercée par le solide 1 sur le solide 2 est égale et opposée à l'action exercée par le solide 2 sur le solide 1.



#### 6. ISOLEMENT D'UN SYSTÈME MATÉRIEL :

- Première étape : isoler le système matériel (ou le solide), c'est à dire établir une frontière fictive autour du sous-ensemble à étudier ;
- Deuxième étape : faire l'inventaire des actions mécaniques s'exerçant de l'extérieur vers le système isolé (appelé bilan des actions mécaniques) ;
- Troisième étape : analyser les caractéristiques de ces efforts, moments....et les modéliser par des vecteurs.

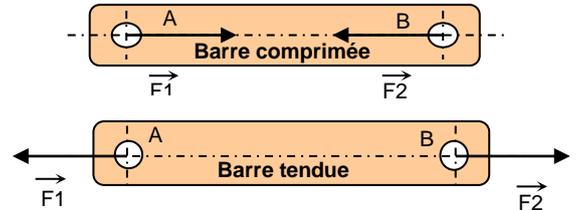
#### 7. RÉSOLUTION : CAS PARTICULIERS.

##### 71 - Système soumis à l'action de deux forces :

Un système soumis à l'action de deux forces reste en équilibre si les deux forces sont égales et opposées.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

- Direction : la droite (A, B) qui passe par les points d'application ;
- Sens : opposés
- Normes : égales  $\|\vec{F}_1\| = \|\vec{F}_2\|$



##### 72 - Système soumis à l'action de trois forces concourantes :

Si le système matériel isolé est soumis à trois forces concourantes, la résolution peut-être graphique.

- Bilan des forces (ou des actions mécaniques) : il est effectué sous forme de tableau (voir ci-dessous).

##### Cas d'une résolution graphique :

	Point d'application	Direction	Sens	Norme
$\vec{F}_1$	A	connue	connu	connue
$\vec{F}_2$	B	connue	?	?
$\vec{F}_3$	C	?	?	?

- Principe Fondamental de la Statique :

Un système soumis à l'action de trois forces reste en équilibre :

- si les trois forces sont concourantes au même point ;

⇒ recherche de la direction de  $\vec{F}_3$  inconnue figures b) et c).

- si la somme vectorielle de ces trois forces est nulle ;

⇒ déterminer le sens et la norme de  $\vec{F}_2$  et  $\vec{F}_3$  (« dynamique fermé ») figures d) et e).

